ПРИМЕНЕНИЕ НОРМАЛЬНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССАХ

Бигаева Л. А., к.ф.-м.н., доцент**,**
Миндиярова М.Р., студент,
Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация. В статье рассматривается практическое применение нормального закона распределения для контроля качества промышленной продукции. На примере задачи об автоматическом штампе деталей демонстрируется использование функции Лапласа и правила трех сигм. Показано, как математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение позволяют прогнозировать долю брака и вероятность выхода параметров за допустимые пределы.

Ключевые слова: нормальное распределение, правило трех сигм, контроль качества, функция Лапласа.

В современном производстве и машиностроении критически важным является контроль качества выпускаемой продукции. Многие случайные величины, описывающие геометрические параметры деталей (длина, диаметр, толщина), подчиняются нормальному закону распределения (закону Гаусса)[1-3]. Плотность вероятности для такой случайной величины X задается формулой:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} \quad (1)$$

где a — математическое ожидание (проектный размер), σ — среднее квадратическое отклонение.

Почему ж так происходит?Одна из ключевых причин связана с центральной предельной теоремой из теории вероятностей[1, 2]. Она утверждает, что если на результат влияет множество мелких, независимых факторов, каждый из которых вносит небольшой вклад, то их сумма (при определённых условиях)

будет распределена нормально. На самом деле, в процессе производства на геометрию детали влияет целый комплекс причин. Это и небольшие отклонения в настройке станка; и колебания параметров сырья; и температурные деформации; и износ инструмента; и погрешности измерительных приборов.Если станок настроен стабильно и ни один из этих факторов не доминирует, то совокупное влияние всех этих причин приводит к тому, что распределение размеров деталей в партии оказывается близким к нормальному.

Знание законов распределения размеров в партии деталей позволяет инженерам и статистикам прогнозировать разброс размеров в партии, оценивать вероятность того, что деталь выйдет за допустимые пределы, применять проверенные статистические методы контроля качестваи принимать управленческие решения.

Для вычисления вероятности того, что случайная величина попадет в заданный интервал (α, β), используется функция Лапласа $\Phi(x)$[3]:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta-\alpha}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right) \quad (2)$$

На практике также широкое применение нашло также правило трех сигм, согласно которому практически достоверно (с вероятностью 0,9973), что отклонение нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания не превышает утроенного среднего квадратического отклонения.

Рассмотрим задачу автоматического штампования деталей.

Длина детали X распределена нормально с математическим ожиданием (проектной длиной) a= 50 мм. Фактически длина изготавливаемых деталей не менее 32 и не более 68 мм. Найдем вероятность того, что длина наудачу взятой детали будет больше 55 мм.

Из условия известно, что $P(32 < X < 68) = 1$. Используя формулу с функцией Лапласа и свойство симметрии, можно предварительно найти σ. Так как 68 - 50 = 18, а 50 - 32 = 18, то $3\sigma = 18$, следовательно $\sigma = 6$ мм.

Теперь найдем искомую вероятность того, что деталь будет длиннее 55 мм (от 55 фактически до 68):

$$P(X > 55) = P(55 < X < 68) = \Phi\left(\frac{68-50}{6}\right) - \Phi\left(\frac{55-50}{6}\right) = \Phi(3) - \Phi(0{,}83) \approx 0{,}2$$

Проведенный расчет наглядно демонстрирует, как математический аппарат теории вероятностей позволяет перевести оценку качества из интуитивной плоскости в строгую количественную форму. Однако на практике применение нормального распределения не ограничивается разовым расчетом вероятности брака. Главная ценность статистических методов заключается в мониторинге стабильности производственного процесса во времени.

С точки зрения математической статистики, любое нарушение настройки оборудования (например, износ штампа или сбой калибровки) приводит к изменению параметров распределения: происходит либо сдвиг математического ожидания a (смещение центра настройки), либо увеличение среднего квадратического отклонения σ (рост разброса, «рассеивание» размеров).

Для выявления таких отклонений на ранних этапах в производстве применяются контрольные карты (например, карты Шухарта)[2]. Суть метода заключается в следующем: по историческим данным устанавливаются границы допустимых значений (обычно a ± 3σ согласно правилу трех сигм). Если при выборке очередной партии деталей среднее значение или размах выходят за пределы этих статистических границ, это служит сигналом о том, что процесс вышел из-под контроля и оборудование требует немедленной подналадки.

Таким образом, применение методов теории вероятностей и математической статистики позволяет перейти от пассивной фиксации уже возникшего брака к предиктивному управлению качеством. Своевременное выявление статистических аномалий в распределении размеров деталей дает возможность остановить станок до того, как он начнет массово выпускать несоответствующую продукцию, что напрямую снижает издержки производства и повышает надежность технологических процессов.

Литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. — 11-е изд., стер. — М.: КноРус, 2016. — 658 с.

2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учебное пособие. — 5-е изд., стер. — М.: КноРус, 2010. — 478 с.

3. Бигаева, Л. А. Теория вероятностей : учебное пособие для студентов физико-математического факультета / Л. А. Бигаева, И. И. Латыпов. — Бирск : БирГСПА, 2011. — 120 с. — ISBN 978-5-86607-413-6. — EDN ZKDKMT..